

Департман менаџмент,
Економски факултет, УКИМ, Скопје
(учебна 2020/2021 година – зимски семестар)

ОПЕРАЦИОНИ ИСТРАЖУВАЊА

- АНАЛИЗА НА ОДЛУЧУВАЊЕ. ТЕОРИЈА НА КОРИСНОСТ -

Проф. д-р Ирена Стојковска,
Институт за математика,
Природно-математички факултет,
УКИМ, Скопје

E-mail: irena.stojkovska@gmail.com

Web: <https://nastava-istojkovska.weebly.com/>

EMV критериумот во пракса

Во многу ситуации одлуките кои ги прават луѓето во услови на ризик, не се согласуваат со одлуките според критериумот за очекувана монетарна вредност (EMV).

Пример 1. Играта игра на среќа која зависи од исходите од фрлањето на една монета. Правилата на играта се следните: ако се падне пара добивате 10 денари, а ако се падне грб не добивате ништо. Која е највисоката сума на пари која би ја платиле за да играте една ваква игра на среќа?

Очекуваната добивка е $10 \cdot 0,5 + 0 \cdot 0,5 = 5$ денари, па според критериумот за очекувана монетарна вредност, вие не би требало да платите повеќе од 5 денари за да ја играте оваа игра.

Ако наместо добивка од 10 денари, добивката беше 10 000 денари, дали ќе се одлучевте да вложите 5 000 денари за да ја играте играта на среќа опишана погоре?

Теорија на корисност

- Кога луѓето носат одлуки, не секогаш ја максимизираат добивката, туку ја максимизираат „корисноста“ од добивката, што претставува слика на нивната лична сатисфакција и придобивка. – Daniel Bernoulli 1700-1782
- Постои врска меѓу вредноста на парите и корисноста, но таа врска исчезнува со зголемувањето на добените пари.
- Даниел Бернули во 1738 година ја предложил **теоријата на очекувана корисност**.

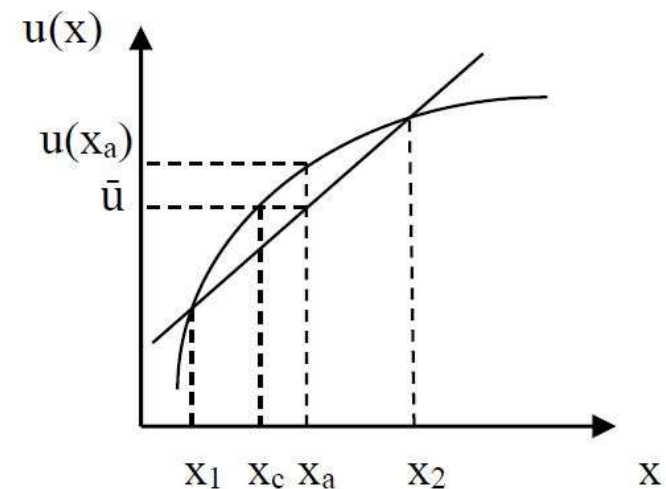
$$EMV = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n \text{ (очекувана монетарна вредност)}$$

$$EU = u(x_1) \cdot p_1 + u(x_2) \cdot p_2 + \dots + u(x_n) \cdot p_n \text{ (очекувана корисност)}$$

$u(x)$ - **функција на корисност** е монотono растечка и конкавна, конвексна или линеарна во зависност од склоноста кон ризик.

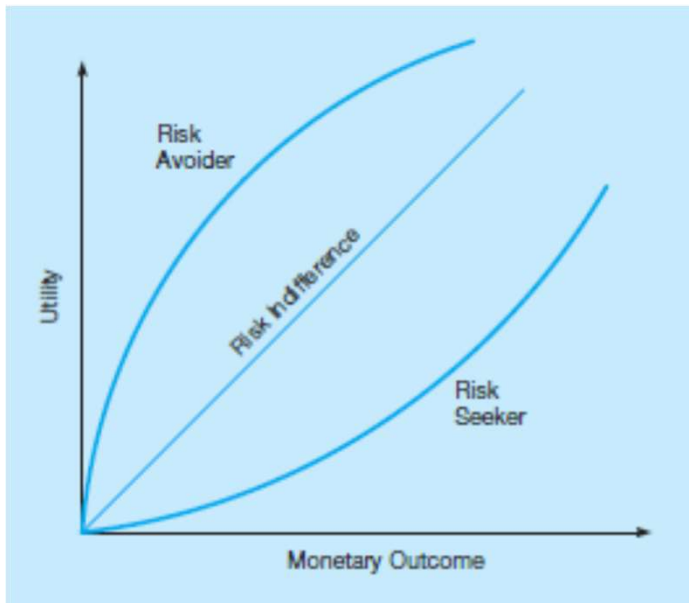
Теорија на корисност

- **Конкавна** функцијата на корисност се совпаѓа со аверзијата од ризик, односно ненаклонетоста на луѓето кон превземање ризици.
- **Конвексна** функцијата на корисност индицира склоност кон ризик.
- **Линеарна** функција на корисност, значи неутрален став кон ризикот.



Конкавна функција на корисност =
Аверзија од ризик

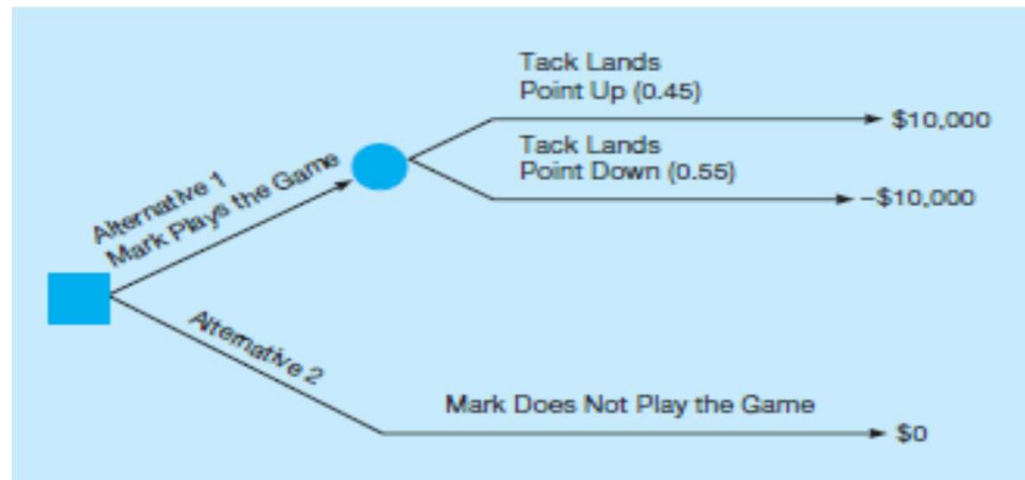
Теорија на корисност



Функцијата на корисност во зависност од
склоноста кон ризик

Теорија на корисност

Пример 2. Марко сака игри на среќа. Тој одлучил да игра игра која се состои од фрлање во воздух на нитна со игличка. Ако нитната падне на игличката, Марко ќе добие \$10000, ако нитната падне на глава, Марко ќе изгуби \$10000. Познато е дека има 45% шанси нитната да падне на игличката и 55% шанси иглата да падне на глава. Дали Марко треба да ја игра оваа игра (алтернатива 1) или да не ја игра играта (алтернатива 2)?



Теорија на корисност

Изборот на одлуката зависи од корисноста на Марко за парите. Марко сака игри на среќа, значи неговата функција на корисност има конвексен облик.

$$u(-\$10000) = 0,05$$

$$u(\$0) = 0,15$$

$$u(\$10000) = 0,30$$

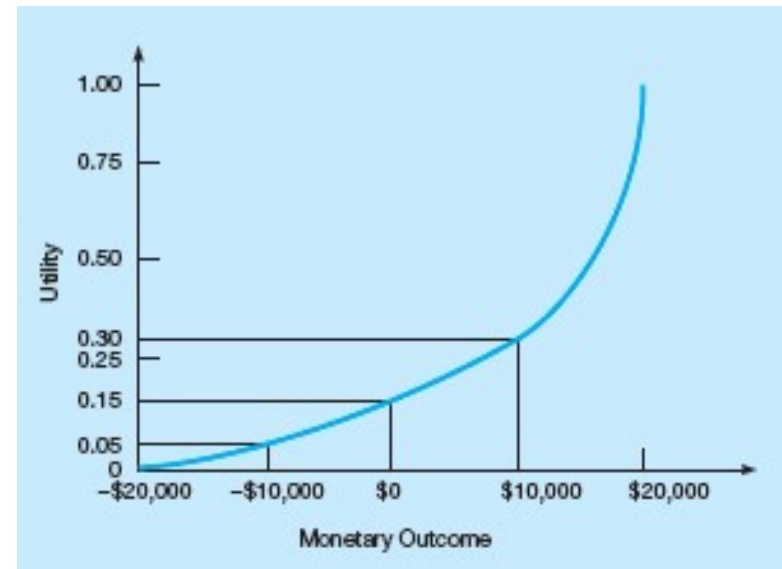
$$\begin{aligned} EU_1 &= u(\$10000) \cdot 0,45 + u(-\$10000) \cdot 0,55 = \\ &= 0,30 \cdot 0,45 + 0,05 \cdot 0,55 = 0,135 + 0,0275 = 0,1625 \end{aligned}$$

$$EU_2 = u(\$0) \cdot 1 = 0,15 \cdot 1 = 0,15$$

За споредба, според EMV критериумот:

$$\begin{aligned} EMV_1 &= \$10000 \cdot 0,45 + (-\$10000) \cdot 0,55 = \\ &= 4500 - 5500 = -\$1000 \end{aligned}$$

$$EMV_2 = \$0 \cdot 1 = \$0$$



Критики на теоријата на очекувана корисност (резултати од истражувањето)

- Едни од поистакнатите критичари на теоријата на очекувана корисност се Даниел Канемен (Daniel Kahneman) и Амос Тверски (Amos Tversky), кои во 1979 година ја предлагаат **теоријата на перспектива** како алтернативна теорија на одлучување во услови на ризик.
- Во продолжение се изложени и анализирани дел од одговорите на анкетата за одлучување во услови на ризик на која одговорија 17 студенти од студентите кои го слушаат предметот Операциони истражувања на Економскиот факултет во учебната 2020/21 година. **Резултатите од ова истражување илустрираат некои феномени во процесот на одлучување кои и противречат на теоријата на очекувана корисност.**
- Резултатите се споредени со резултатите од истражувањето направено на ПМФ со 52 студенти и вработени во декември 2018 година.

Критики на теоријата на очекувана корисност (резултати од истражувањето)

- **Ефект на сигурност:** Луѓето им придаваат поголемо значење на настаните кои се сигурни во однос на настаните кои се едвај веројатни, дури и на сметка на помало вреднување на корисноста од истата последица.

Проблем 1. (Ситуација 3) Одберете помеѓу:

А: + 40 000 ден. со 80% шанси
Б: + 30 000 ден. со 100% шанси
0 ден. со 20% шанси

ПМФ [38,46%] [61,54%]

ЕФ [29,4%] [70,6%]

Проблем 2. (Ситуација 4) Одберете помеѓу:

В: + 40 000 ден. со 20% шанси
Г: + 30 000 ден. со 25% шанси
0 ден. со 80% шанси
0 ден. со 75% шанси

ПМФ [53,85%] [46,15%]

ЕФ [52,9%] [47,1%]

- **Ваквиот модел на избор противречи на теоријата на очекувана корисност.** Од начинот на извршениот избор добиваме дека

$$0,8 \cdot u(40000) < u(30000) \text{ и } 0,2 \cdot u(40000) > 0,25 \cdot u(30000)$$

$$0,2 \cdot u(40000) > 0,25 \cdot u(30000) > 0,25 \cdot 0,8 \cdot u(40000) = 0,2 \cdot u(40000),$$

Што претставува противречност.

Критики на теоријата на очекувана корисност (резултати од истражувањето)

- Ефектот на сигурност најмногу дојде до израз кај единствените прашања без монетарни последици.

Проблем 3. (Ситуација 5) Одберете помеѓу:

А: Тринеделна тура низ Англија,
Франција и Италија со 50% шанси.
Ништо со 50% шанси.

Б: Еднонеделна тура низ
Англија со 100% шанси.

ПМФ [21,15%]

[78,85%]

ЕФ [17,6%]

[82,4%]

Проблем 4. (ситуација 6) Одберете помеѓу:

В: Тринеделна тура низ Англија,
Франција и Италија со 5% шанси.
Ништо со 95% шанси.

Г: Еднонеделна тура низ
Англија со 10% шанси.
Ништо со 90% шанси.

ПМФ [61,54%]

[38,46%]

ПМФ [76,5%]

[23,5%]

Критики на теоријата на очекувана корисност (резултати од истражувањето)

- **Влијание на веројатноста и можноста:** Кога веројатностите за добивка се воочливи, доволно големи, тогаш луѓето ја одбираат лотаријата која е поверојатна да се добие (Проблем 5). Кога добивката е малку веројатна, но сепак возможна, тогаш луѓето ја одбираат лотаријата со поголема добивка (Проблем 6).

Проблем 5. (Ситуација 7) Одберете помеѓу:

А: + 60 000 ден. со 45% шанси Б: + 30 000 ден. со 90% шанси

0 ден. со 55% шанси

0 ден. со 10% шанси

ПМФ [25%]

[75%]

ЕФ [29.4%]

[70.6%]

Проблем 6. (Ситуација 8) Одберете помеѓу:

В: + 60 000 ден. со 0,1% шанси Г: + 30 000 ден. со 0,2% шанси

0 ден. со 99,9% шанси

0 ден. со 99,8% шанси

ПМФ **[76,92%]**

[23,08%]

ЕФ **[88,2%]**

[11,8%]

Критики на теоријата на очекувана корисност (резултати од истражувањето)

- Што се случува кога последиците се загуби наместо добивки?

Проблем 7. (Ситуација 11) Одберете помеѓу:

А: – 60 000 ден. со 45% шанси Б: – 30 000 ден. со 90% шанси

0 ден. со 55% шанси

0 ден. со 10% шанси

ПМФ **[51,92%]**

[48,08%]

ЕФ **[52,9%]**

[47,1%]

Проблем 8. (Ситуација 12) Одберете помеѓу:

А: – 60 000 ден. со 0,1% шанси Б: – 30 000 ден. со 0,2% шанси

0 ден. со 99,9% шанси

0 ден. со 99,8% шанси

ПМФ [42,31%]

[57,69%]

ЕФ **[52,9%]**

[47,1%]

- **Ефект на рефлексивност:** Одлучувањето помеѓу лотарии со загуби е огледална слика на одлучувањето помеѓу лотарии со добивки, што значи аверзијата на ризик во полето на добивките е пропратена со наклоност на ризик во полето на загубите.

Критики на теоријата на очекувана корисност (резултати од истражувањето)

- **Ефект на изолација:** Луѓето најчесто ги игнорираат компонентите кои се заеднички за алтернативите и се фокусираат на компонентите по кои се разликуваат алтернативите.

Проблем 9. (Ситуација 14) Ја играте следната игра во две фази: Во првата фаза, постојат 75% шанси дека целата игра ќе заврши без добивка, а 25% шанси дека ќе преминете на втората фаза. Ако сте влегле во втората фаза треба да одберете една од следните две лотарии, и при тоа изборот на лотариите треба да ги направите пред почетокот на играта, без да знаете дали ќе влезете или не во втората фаза:

А: + 40 000 ден. со 80% шанси Б: + 30 000 ден. со 100% шанси

0 ден. со 20% шанси

ПМФ [26,92%] [73,08%]

ПМФ [23,5%] [76,5%]

Критики на теоријата на очекувана корисност (резултати од истражувањето)

- Носењето одлуки многу зависи од начинот на претставување на проблемите.

Проблем 10. (Ситуација 15) За да ја играте следната игра ви даваат 10 000 ден. Ги земате и треба да одлучите во која од следните две лотарии ќе учествувате (заокружете една):

А: + 10 000 ден. со 50% шанси Б: + 5 000 ден. со 100% шанси

0 ден. со 50% шанси

ПМФ [36,54%] [63,46%]

ЕФ [52,9%] [47,1%]

Проблем 11. (Ситуација 16) За да ја играте следната игра ви даваат 20 000 ден. Ги земате и треба да одлучите во која од следните две лотарии ќе учествувате (заокружете една):

В: – 10 000 ден. со 50% шанси Г: – 5 000 ден. со 100% шанси

0 ден. со 50% шанси

ПМФ [57,69%] [42,31%]

ПМФ [41,2%] [68,8%]

Критики на теоријата на очекувана корисност (резултати од истражувањето)

Кога ќе се земат во предвид почетните суми, лотариите во Проблем 10 и Проблем 11 се соодветно еднакви, имено

A = B: + 20 000 ден. со 50% шанси Б = Г: + 15 000 ден. со 100% шанси
+ 10 000 ден. со 50% шанси

- Игнорирање на почетните суми во Проблем 10 и Проблем 11, повлекува дека **вредноста или корисноста на парите зависи од промените во богатството, повеќе отколку од крајната состојба на богатството.** Ова согледување е основа на која се темели теоријата на перспектива.

Теорија на перспектива

- Канемен и Тверски во 1979 година ја предлагаат **теоријата на перспектива** како алтернативна теорија за носење одлуки во услови на ризик. Според оваа теорија, се доделуваат вредности на добивките и загубите, а не на крајните состојби, што значи веројатностите се заменети со нивни тежини.

$$EMV = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n \text{ (очекувана монетарна вредност)}$$

$$EU = u(x_1) \cdot p_1 + u(x_2) \cdot p_2 + \dots + u(x_n) \cdot p_n \text{ (очекувана корисност)}$$

$$VPT = v(x_1) \cdot \pi(p_1) + v(x_2) \cdot \pi(p_2) + \dots + v(x_n) \cdot \pi(p_n) \text{ (PT вредност на лотаријата)}$$

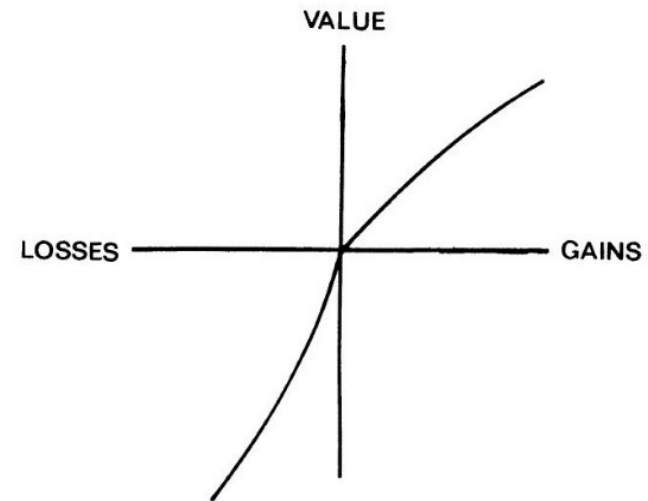
$v(x)$ – **функција на вредности** на последиците, која опишува како носителот на одлуките ги вреднува парите, $v(0)=0$.

$\pi(p)$ - **тежинска функција** од веројатности, ги опишува ставовите на носителот на одлуките кон веројатностите, $\pi(0)=0$, $\pi(1)=1$.

Теорија на перспектива

- За опишување на функцијата на вредности важна е моменталната состојба која се зема за **референтна точка** и **големината на промената** (позитивна или негативна) во однос на таа референтна точка.
- Функција на вредности која е конкавна над референтната точка и конвексна под референтната точка.
- Функцијата на вредности за загубите е пострмна од функцијата за вредности за добивките.

Функција на вредности
кај теоријата на перспектива



Теорија на перспектива

- Добиените резултати од истражувањето ја потврдуваат конкавноста на функцијата на вредности во доменот на добивките (Проблем 12), меѓутоа забележлив е неуспехот за потврда на конвексноста на функцијата на вредности во доменот на загубите (Проблем 13).

Проблем 12. (Ситуација 17) Одберете помеѓу:

A: + 60 000 ден. со 25% шанси	B: + 40 000 ден. со 25% шанси
0 ден. со 75% шанси	+ 20 000 ден. со 25% шанси
	0 ден. со 50% шанси
ПМФ [30,77%]	[69,23%]
ЕФ [5,9%]	[94,1%]

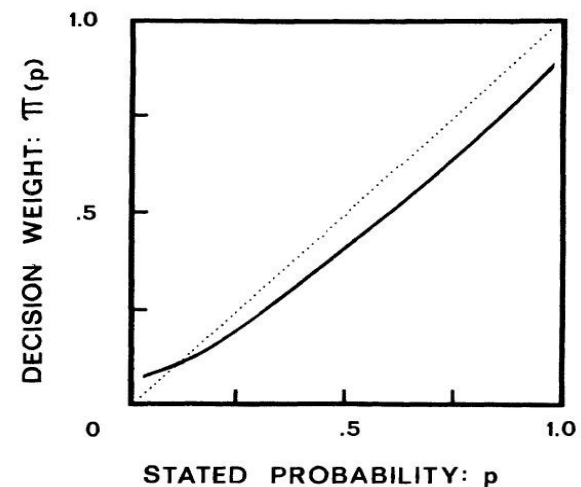
Проблем 13. (Ситуација 18) Одберете помеѓу:

B: – 60 000 ден. со 25% шанси	Г: – 40 000 ден. со 25% шанси
0 ден. со 75% шанси	– 20 000 ден. со 25% шанси
	0 ден. со 50% шанси
ПМФ [38,46%]	[61,54%]
ЕФ [35,3%]	[64,7%]

Теорија на перспектива

- Тежинската функција, која природно е растечка функција, е таква да продуцира тежини кои се помали од соодветните веројатности, освен кај малите веројатности, каде се приметува преценување на малите веројатности.
- Тежинската функција е премногу осетлива на промени во околина на крајните точки 0 и 1, каде таа не се однесува добро.

Тежинска функција кај теоријата на перспектива



Теорија на перспектива

- Со следните две ситуации (Проблем 14 и Проблем 15), илустрирано е преценувањето на малите веројатности, односно $\pi(p) > p$ за мали вредности на p .

Проблем 14. (Ситуација 19) Одберете помеѓу:

А: + 50 000 ден. со 0,1% шанси Б: + 50 ден. со 100% шанси

0 ден. со 99,9% шанси

ПМФ [80,77%] [19,23%]

ЕФ [64,7%] [35,3%]

Проблем 15. (Ситуација 20) Одберете помеѓу:

В: – 50 000 ден. со 0,1% шанси Г: – 50 ден. со 100% шанси

0 ден. со 99,9% шанси

ПМФ [28,85%] [71,15%]

ЕФ [23,5%] [76,5%]

Теорија на кумулативна перспектива

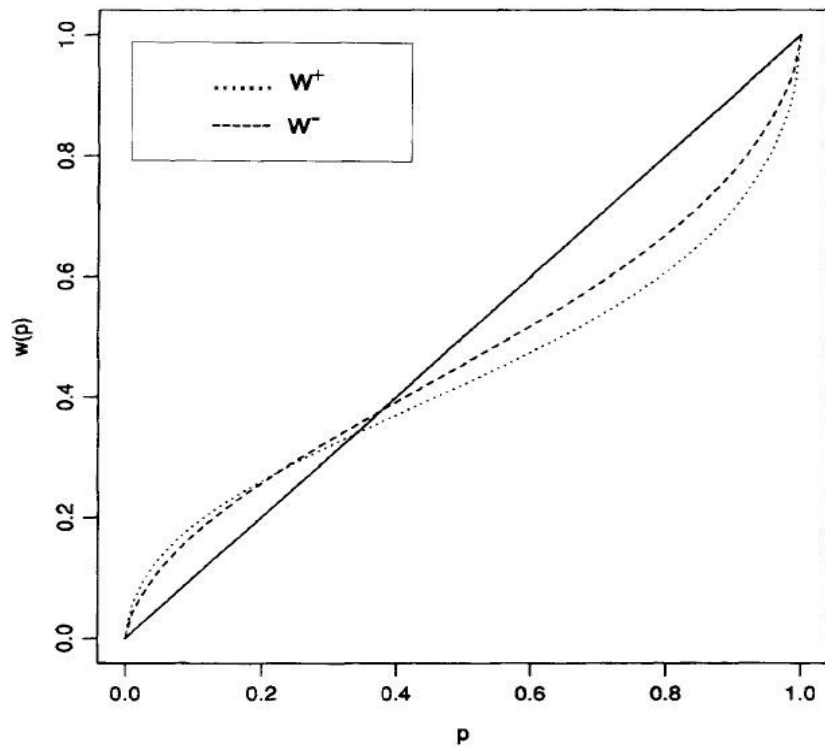
- Недоследностите на теоријата на перспектива се надминати од теоријата на кумулативна перспектива на Канемен и Тверски од 1992 година.
- За своите залагања во областа на когнитивната психологија и однесувањето во услови на незвесност и нивна примена во економски анализи, **Даниел Канамен во 2002 година е добитник на Нобеловата награда за економија.**
- Основната идеја на теоријата на кумулативна перспектива е различно третирање на веројатностите на добивките и веројатностите на загубите.

$$V_{CPT} = \sum_{i=1}^k \pi_i^- v(x_i) + \sum_{i=k+1}^n \pi_i^+ v(x_i)$$

$$\pi_1^- = w^-(p_1), \quad \pi_i^- = w^-(p_1 + \dots + p_i) - w^-(p_1 + \dots + p_{i-1}), \quad i = 2, \dots, k$$

$$\pi_n^+ = w^+(p_n), \quad \pi_i^+ = w^+(p_i + \dots + p_n) - w^+(p_{i+1} + \dots + p_n), \quad i = k+1, \dots, n-1$$

Теорија на кумулативна перспектива



Тежинските функции кај теоријата на кумулативна перспектива

Примена на теорија на кумулативна перспектива

Теорија на кумулативна перспектива успешно е применета на широк спектар ситуации кои делуваат дека отстапуваат од стандардите на економската логика:

- **Ефект на навика:** Инвеститорите долго ги чуваат акциите кои ја изгубиле вредноста во споредба со куповната цена, но спремни се веднаш да ги продадат акциите на кои им се зголемила вредноста.
- **Хипотеза за постојан доход:** Луѓето кои имаат постојани примања треба во секој период да трошат константен дел од примањата. Но, набљудувањата покажуваат дека луѓето трошат повеќе кога се очекува дека нивните идни примања ќе се зголемат, но не го намалуваат трошењето, кога се очекува нивните идни примања да се намалат.
- **Државните лотарии и осигурувањето:** Преценувањето на малите веројатности на екстремните исходи, повлекуваат атрактивност на државните лотарии со огромни добивки и голем број играчи. Во случајот на осигурувањето, луѓето многу често се осигуруваат од многу мали ризици.

Литература

[1] И. Стојковска, *Одлучување во услови на ризик и неизвесност*, Математички омнибус 5 (2019), 33-55.

http://im-pmf.weebly.com/uploads/5/8/9/8/58988609/3_stojkovska_-_sec.pdf