

Департман менаџмент,
Економски факултет, УКИМ, Скопје
(учебна 2020/2021 година – зимски семестар)

ОПЕРАЦИОНИ ИСТРАЖУВАЊА

- СИМУЛАЦИОНО МОДЕЛИРАЊЕ -

Проф. д-р Ирена Стојковска,
Институт за математика,
Природно-математички факултет,
УКИМ, Скопје

E-mail: irena.stojkovska@gmail.com

Web: <https://nastava-istojkovska.weebly.com/>

Симулационо моделирање

- Илјадници бизнис компании, влади и услужни организации, со помош на **симулации**, донесуваат одлуки за контрола на залихите, прават распореди, планираат инвестирања, ја предвидуваат продажбата. Симулациите се една од најкористените алатки на квантитативната анализа.
- Да се **симулира**, значи да се дуплираат својствата, изгледот и карактеристиките на еден реален систем.
- Како и физичките модели за симулации, **математичките модели** може да се користат за експериментирање и оценување на најразлични дејствија. Идејата на симулациите е математички да се прикаже реалниот проблем, потоа да се проучат неговите својства и неговата функционалност, и на крај да се донесат заклучоци за делување базирани на резултатите од симулациите.

Процес на симулации



Историја на симулациите

- Историски, симулациите се користеле уште пред 5000 години, за што сведочи кинеската воена игра ви-чи.
- Исто така, Прусите (1780 год) ги тренирале своите армии со помош на симулации.
- Околу 1940 година бил развиен концептот на Монте Карло симулации од страна на Џ. Ф. Нојман, С. Улам и Н. Метрополис, кои решавале проблем од физиката кој бил премногу скап за реално експериментирање.
- Со појавата на современите комјутери, симулациите станале главна алатка на менаџерите. За таа цел развиен е и широк спектар на софтвер за симулации.

Предности на симулациите

- Тие се директни и флексибилни. Може да се користат за споредба на многу различни сценарија.
- Развојот на софтверот обезбедува некои симулации да може многу лесно да се спроведат.
- Може да се користат за анализа на големи и сложени ситуации од реалниот свет кои не може да се решат со стандардните методи на квантитативната анализа.
- Симулациите дозволуваат „што-ако“ анализи.
- Симулациите не се мешаат со реалните системи.
- Симулациите обезбедуваат проучување на интеракциите на компонентите, за да се одреди кои се значајни.
- За многу пократко време, отколку во реалните системи, симулациите може да го дадат одговорот.
- Симулациите обезбедуваат прилагодување на реалниот систем, кои многу од веќе дефинираните квантитативни модели не го дозволуваат и се развиени врз претпоставки.

Недостатоци на симулациите

- Добрите симулациони модели за сложените системи може да бидат скапи, затоа што треба време да се развијат, месеци или години.
- Симулациите не генерираат оптимални решенија, како другите квантитативни техники, моделите на линерно програмирање, моделите на контрола на залихи или PERT/CPM моделот. Симулациите се пристап со обиди и грешки и при тоа може да дадат различни решенија при различни повторувања на симулациите.
- Менаџерите мора да ги разгледаат сите услови и ограничувања за решенијата кои сакаат да ги испитаат со симулации.
- Секој симулационен модел е единствен и вообичаено не е пренослив на други проблеми.

Монте Карло симулации

- **Монте Карло симулациите** се користат за системи кои содржат елементи на случајност. Идејата е да се генерираат вредности за променливите кои се случајни, односно кои имаат веројатносна природа. Примери за такви променливи:
 - Дневната побарувачка
 - Времето за достава на нарачките
 - Времето за завршување на проектот
 - Дневниот број на вработени кои се отсутни од работа
- Некои од овие променливи се дискретни (дневна побарувачка, број на вработени), некои се непрекинати (време за достава, време за завршување на проектот). Овие карактеристики треба да се земат во предвид при избор на методот за генерирање на вредностите на случајните променливи.

Монте Карло симулации

- Основите на Монте Карло симулациите е користење на случаен примерок за генерирање на вредности на случајните променливи.

Чекорите на Монте Карло симулациите се:

1. Одредување на распределбата на веројатности за разгледуваните променливи
2. Формирање на кумулативна распределба на веројатности за секоја променлива од чекор 1
3. Одредување на интервал на случајни броеви за секоја вредност на случајната променлива
4. Генерирање на случајни броеви
5. Симулирање на низа вредности на случајната променлива.

Пример на Монте Карло симулации

Пример 1. Една компанија за продажба на гуми за автомобили, забележува значителна продажба на радијална гуми. Менаџментот сака да ја одреди предвреме побарувачката за овој тип на гуми, сака да ја сумулира дневната побарувачка за неколку денови.

Чекор 1. Одредување на распределбата на веројатности за дневната побарувачка

- Со помош на податоци од минатото.
- Според искуството на експертите за распределбата на разгледуваната променлива може да биде некоја од често среќаваните распределби – нормална, биномна, Пуасонова, експоненцијална итн.

Пример на Монте Карло симулации

- Дневната побарувачката на радијални гуми во последните 200 дена со честоти и релативни честоти на побарувачката.

Дневна побарувачка на гуми	Честоти (денови)	Релативна честота
0	10	$10/200 = 0,05$
1	20	$20/200 = 0,10$
2	40	$40/200 = 0,20$
3	60	$60/200 = 0,30$
4	40	$40/200 = 0,20$
5	30	$30/200 = 0,15$
Вкупно	200	$200/200 = 1$

Пример за Монте Карло симулации

Чекор 2. Формирање на кумулативна распределба на веројатности за дневната побарувачка

- Кумулативната распределба на веројатности се состои од веројатности променливата да прима вредности помали или еднакви на дадената вредност.

Дневна побарувачка на гуми	Веројатност	Кумулативна веројатност
0	0,05	0,05
1	0,10	0,15
2	0,20	0,35
3	0,30	0,65
4	0,20	0,85
5	0,15	1,00

Пример за Монте Карло симулации

- Чекор 3. Одредување на интервал на случајни броеви за секоја вредност на дневната побарувачка

Случајните броеви се низа од броеви (на пример, броеви од низата 01, 02, 03, ..., 99, 00) кои се избираат на случаен начин.

Дневна побарувачка на гуми	Веројатност	Кумулативна веројатност	Интервал на случајни броеви
0	0,05	0,05	01 до 05
1	0,10	0,15	06 до 15
2	0,20	0,35	16 до 35
3	0,30	0,65	36 до 65
4	0,20	0,85	66 до 85
5	0,15	1,00	86 до 00

Пример за Монте Карло симулации

Чекор 4. Генерирање на случајни броеви

- Ако се потребни голем број на сумулации, тогаш треба да се применат комјутерски програми за генерирање на случајните броеви.
- Ако симулациите се прават рачно, се користи таблица на случајни броеви или некој друг процес кој овозможува случаен избор на број (извлекување на нумерирано топче од кутија, вртење на рулет и слично).
- Таблицата со случајни броеви која ќе ја користиме е генирана со комјутерска програма. Бидејќи сè е случајно, може да одбереме број од било кое место од таблицата и да го искористиме во процесот на симулирање во чекор 5.

TABLE 13.4 Table of Random Numbers

52	06	50	88	53	30	10	47	99	37	66	91	35	32	00	84	57	07
37	63	28	02	74	35	24	03	29	60	74	85	90	73	59	55	17	60
82	57	68	28	05	94	03	11	27	79	90	87	92	41	09	25	36	77
69	02	36	49	71	99	32	10	75	21	95	90	94	38	97	71	72	49
98	94	90	36	06	78	23	67	89	85	29	21	25	73	69	34	85	76
96	52	62	87	49	56	59	23	78	71	72	90	57	01	98	57	31	95
33	69	27	21	11	60	95	89	68	48	17	89	34	09	93	50	44	51
50	33	50	95	13	44	34	62	64	39	55	29	30	64	49	44	30	16
88	32	18	50	62	57	34	56	62	31	15	40	90	34	51	95	26	14
90	30	36	24	69	82	51	74	30	35	36	85	01	55	92	64	09	85
50	48	61	18	85	23	08	54	17	12	80	69	24	84	92	16	49	59
27	88	21	62	69	64	48	31	12	73	02	68	00	16	16	46	13	85
45	14	46	32	13	49	66	62	74	41	86	98	92	98	84	54	33	40
81	02	01	78	82	74	97	37	45	31	94	99	42	49	27	64	89	42
66	83	14	74	27	76	03	33	11	97	59	81	72	00	64	61	13	52
74	05	81	82	93	09	96	33	52	78	13	06	28	30	94	23	37	39
30	34	87	01	74	11	46	82	59	94	25	34	32	23	17	01	58	73
59	55	72	33	62	13	74	68	22	44	42	09	32	46	71	79	45	89
67	09	80	98	99	25	77	50	03	32	36	63	65	75	94	19	95	88
60	77	46	63	71	69	44	22	03	85	14	48	69	13	30	50	33	24
60	08	19	29	36	72	30	27	50	64	85	72	75	29	87	05	75	01
80	45	86	99	02	34	87	08	86	84	49	76	24	08	01	86	29	11
53	84	49	63	26	65	72	84	85	63	26	02	75	26	92	62	40	67
69	84	12	94	51	36	17	02	15	29	16	52	56	43	26	22	08	62
37	77	13	10	02	18	31	19	32	85	31	94	81	43	31	58	33	51

Source: Excerpts from *A Million Random Digits with 100,000 Normal Deviates*, The Free Press, 1955, © RAND Corporation. Reprinted with permission.

Пример за Монте Карло симулации

Чекор 5. Симулирање на низа вредности за дневната побарувачка

- На пример, сакаме да симулираме побарувачка за 10 дена. Одбираме 10 случајни броја, на пример, првите 10 броја од првата колона. За секој број одредуваме во кој интервал припаѓа, и ја наоѓаме соодветната вредност за дневната побарувачка.

Ден	Случаен број	Симулирана дневна побарувачка
1	52	3
2	37	3
3	82	4
4	69	4
5	98	5
6	96	5
7	33	2
8	50	3
9	88	5
10	90	5
Просечна симулирана дневна побарувачка:		$39/10 = 3,9$

Пример за Монте Карло симулации

- Во случај да направиме друг избор на случајни броеви, може да добиеме друг резултат за просечната симулирана дневна побарувачка. Да ги земеме првите 10 случајни броеви од 14-тиот ред

Ден	Случаен број	Симулирана дневна побарувачка
1	81	4
2	02	0
3	01	0
4	78	4
5	82	4
6	74	4
7	97	5
8	37	3
9	45	3
10	31	2
Просечна симулирана дневна побарувачка:		$29/10 = 2,9$

Пример за Монте Карло симулации

- За споредба, очекуваната (теориска) дневна побарувачка е:

$$\begin{aligned} \text{Очекувана дневна побарувачка} &= \\ &= 0 \cdot 0,05 + 1 \cdot 0,10 + 2 \cdot 0,20 + 3 \cdot 0,30 + 4 \cdot 0,20 + 5 \cdot 0,15 = 2,95 \end{aligned}$$

- Просечните симулирани дневни побарувачки во зависност од бројот на денови (n) и за 5 различни избори на сет од n случајни броеви (изработено со Mathematica 7.0).

Сет од случајни броеви	Број на денови				
	n = 10	n = 100	n = 1000	n = 10000	n = 100000
1	2,0	3,06	2,964	2,9534	2,95099
2	3,4	3,21	2,926	2,9670	2,94409
3	3,1	2,78	2,891	2,9473	2,95834
4	2,7	2,93	2,864	2,9673	2,96047
5	3,0	2,91	2,909	2,9761	2,94327

Други типови на симулациони модели

- Симулациите обично се поделени на три категории: Монте Карло симулации, оперативни игри и симулации на системи.

1) Монте Карло симулациите користат распределби на веројатности и случајни броеви за да симулираат вредности на случајните променливи.

2) Оперативните игри претставуваат симулации кои вклучуваат два или повеќе играчи во компетитивна средина. Примери се воените игри и бизнис игрите.

3) Симулациите на системи подразбираат симулации на големи сложени системи, како на пример, корпорации, национални економии, болници, владини системи. Компонентите на системите се поврзани со низа од математички зависимости (равенки) кои се испитуваат по пат на симулации.

Верификација и валидација

- **Верификацијата** подразбира проверка дали комјутерскиот модел е конзистентен и логичен.
- **Валидацијата** е процес на споредба на моделот со реалниот систем за да се провери дали моделот е негова точна репрезентација.
- Верификацијата одговара на прашањето „Дали правилно го изградивме моделот?“ („Did we build the model right?“), а валидацијата дава одговор на прашањето „Дали изградивме правилен модел?“ („Did we build the right model?“).